

Exercices sur feuille

I. EXERCICE 1

Considérons la chaîne de Markov à 5 états de matrice de transition P :

$$P = \begin{pmatrix} 0.5 & 0.5 & 0 & 0 & 0 \\ 0.25 & 0.75 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0.1 & 0 & 0.1 & 0.1 & 0.7 \end{pmatrix}$$

- 1) Quelle est la nature de la chaîne?
- 2) Calculer la probabilité pour que la chaîne partant de l'état **2** se trouve à l'état **4** à l'instant $t=2$?
- 3) Donner sans faire les calculs les valeurs des limites : $\lim_{n \rightarrow \infty} p_{24}^{(n)}$ et $\lim_{n \rightarrow \infty} p_{35}^{(n)}$. Justifiez votre réponse.

II. EXERCICE 2

Soit la chaîne de Markov à 3 états suivant la matrice de transition M :

$$M = \begin{pmatrix} \alpha & \beta & 0.25 \\ 0.25 & 0.25 & 0.5 \\ 0.5 & 0.25 & 0.25 \end{pmatrix}$$

- 1) Pour quelles valeurs de α et β , cette matrice M peut elle servir de matrice de transition d'une chaîne de Markov?
- 2) Déterminer la nature de la chaîne dans chacun des cas:
 - cas 1: $\alpha = 0$
 - cas 2: $\beta = 0$
 - cas 3: $\alpha = \beta = 0$
 - cas 4: $\alpha = 0.8$
- 3) Calculer la distribution stationnaire si elle existe.